Programma effettivamente svolto del corso di FFM mod 2 (Moretti) anno accademico 2018-2019.

Note
1. Appaiono commenti su quanto è richiesto all'esame scritti in rosso subito dopo o sotto il o i paragrafi considerati.
2. I paragrafi che **non** appaiono nella lista **non** sono stati svolti e **non** sono richiesti all'esame orale come obbligatori (si possono studiare facoltativamente).
3. I paragrafi che appaiono nella lista talvolta sono stati solo parzialmente svolti (si vedano I commenti). In ogni caso *non è mai richiesto più di quanto svolto a lezione.*

Per ogni eventuale chiarimento contattare il docente: **valte.moretti@unitn.it**

---

1 Introduzione alle equazioni differenziali a derivate parziali del secondo ordine quasi lineari.

1.1 Notazioni, definizioni, convenzioni e qualche risultato tecnico elementare
1.1.1 Funzioni differenziabili ed operatori differenziali
1.1.2 Insiemi connessi per archi differenziabili a tratti
1.1.3 Norme e seminorme
1.1.4 Risultati elementari sulle serie di funzioni
(Dei paragrafi di sopra non sarà chiesto nulla di esplicito all'esame, ma sarà supposto che lo studente conosca gli enunciati e sia in grado di applicarlicorrettamente nelle dimostrazioni.)
1.2 Motivazioni fisico matematiche per lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali del secondo ordine: le equazioni di Maxwell
1.2.1 Equazioni di Maxwell in forma integrale
1.2.2 Teoremi di Gauss, Stokes ed equazioni di Maxwell in forma differenziale locale
(Dei paragrafi di sopra bisogna conoscere gli enunciati dei teoremi e qualcuno degli esempi che appaiono applicati alle equazioni di Maxwell (quanto fatto a lezione, per passare dalla forma integrale a qualla differenziale delle eqauzioni, tramite teorema della divergenza o di Stokes.)

1.3 Equazioni differenziali del secondo ordine quasilineari
1.3.1 Trasformazioni di coordinate e struttura delle equazioni quasilineari del secondo ordine
1.3.2 Classificazione delle equazioni differenziali quasilineari del secondo ordine
1.4 Il problema di Cauchy ed il Teorema di Cauchy-Kovalevskaja
1.4.1 Superfici regolari in R^n
1.4.2 Il problema di Cauchy e la "ben posizione" del problema nel senso di Hadamard
1.4.3 Il Teorema di Cauchy-Kovalevskaja *(Conoscere l'enunciato e l'idea della dimostrazione, non più di quanto fatto a lezione.)*
1.4.4 Il caso di una superfcie regolare generica in R n descritta in coordinate normali *(Solo idea generale.)*
1.4.5 Nozione di superficie caratteristica *(Conoscerne la definizione proprietà fondamentali e tutto quanto appare in Osservazioni 1.15 ed esempi 1.2 riferendosi a quanto visto a lezione.)*

2 Equazioni Ellittiche e funzioni armoniche in R n : risultati elementari.

2.1 Il problema fisico dell'elettrostatica e le equazioni di Poisson e Laplace *(Degli Esempi 2.1 ed Osservazioni 2.5 è richiesto solo quanto svolto a lezione.)*
2.2 Principio del massimo per funzioni armoniche e principio del massimo generalizzato.
2.2.1 Funzione armoniche e sub armoniche in R^n
2.2.2 Principio del massimo (in forma debole)
2.2.3 Principio del massimo (in forma debole) generalizzato. *(Solo enunciato nella versione data a lezione.)*
2.2.4 Due teoremi di unicità per il problema di Dirichlet dal principio del massimo. *(Teorema 2.4 solo enunciato nella forma vista a lezione. Teorema 2.6 non è richiesto.)*
2.3 Le identità di Green le loro conseguenze elementari
2.3.1 Identità di Green
2.3.2 Conseguenze del teorema di Gauss e delle identità di Green: teorema di unicità per il problema di Neumann. *(Solo uno tra i teoremi 2.10 e 2.11 è stato svolto in dettaglio a lezione, è sufficiente sapere quanto svolto a lezione.)*

3 Soluzioni fondamentali per l'equazione di Poisson in R n e risultati ad esse legati.

3.1 Soluzioni fondamentali *(Osservazioni 3.1, senza entrare nei dettagli, vedere quanto svolto a lezione.)*
3.1.1 Proprietà elementari delle soluzioni fondamentali *(Teorema 3.1: discussione sull'uso del teorema su passaggio della derivata sotto il segno di integrale approfondita a scelta dello studente, non è richiesto di più di quanto visto a lezione).*
3.2 Ulteriori proprietà delle funzioni armoniche in R^n
3.2.1 Non esistenza di funzioni armoniche con supporto compatto e non nulle
3.2.2 Le funzioni armoniche definite in aperti di R^n sono C^∞ ed analitiche *(Teorema 3.3 enunciato e solo idea della dimostrazione.)*
3.2.3 Teorema della media e principio del massimo in forma forte
3.2.4 Teorema di Liouville per le funzioni armoniche in R^n e non esistenza di funzioni armoniche non nulle a quadrato sommabile in R^n. *(Sulle funzioni a quadrato sommabile basta l'enunciato.)*

4. Soluzioni dell'equazione di Poisson su particolari domini tramite Funzioni di Green.

4.1 Soluzione dell'equazione di Poisson in tutto R tramite G_n
4.2 Ancora sul problema di Dirichlet per regioni limitate.
4.2.1 Funzioni di Green e nuclei di Poisson. *(Proposizione 4.1 solo enunciato nella forma ridotta vista a lezione e idea della dimostrazione. Teorema 4.2 e Proposizione4.2 solo enunciato.)*
4.3 Funzioni di Green per domini particolari
4.3.1 Il metodo delle cosiddette cariche immagine.
4.3.2 La funzione di Green nella palla in R^3
4.3.3 La funzione di Green nel cerchio in R^2 *(Sapere solo che si può fare.)*
4.3.4 La funzione di Green in un semispazio di R 3 *(Sapere solo che si può fare.)*

5 Equazioni iperboliche: alcuni risultati generali elementari per le equazioni di D'Alembert e di Klein-Gordon in R × R n .

5.1 L'equazione di D'Alembert come equazione della corda vibrante e della membrana vibrante
5.1.1 L'equazione per la corda oscillante per piccole deformazioni
5.1.2 L'equazione per la membrana oscillante per piccole deformazioni *(Solo idea generale, vedere quanto detto a lezione.)*
5.2 Condizioni iniziali ed al contorno. *(Osservazioni 5.3: solo quanto detto a lezione)*
5.3 Bilancio energetico e teoremi di unicità
5.3.1 Densità di energia ed equazione di continuità
5.3.2 Teoremi di unicità. *(Osservazioni 5.6: solo quanto visto a lezione.)*

6 Equazione di D'Alembert e di Klein-Gordon in R × R e R × [a, b].
6.1 Equazione di D'Alembert sulla retta reale senza condizioni al contorno
6.1.1 Assenza di sorgenti, formula di D'Alembert, domini di dipendenza *(Teorema 6.2 non svolto a lezione a parte qualche commento vago, non è richiesto.)*
6.1.2 Equazione di D'Alembert su tutta la retta con sorgente *(Solo quanto visto a lezione, Osservazioni 6.4 solo accenni.)*
6.2 Dalla separazione delle variabili alla serie di Fourier *(Discorso generale senza entrare del tutto nei dettagli che sono ripresi più avanti.)*
6.3 Alcuni risultati elementari sulla serie di Fourier.
6.3.1 La serie di Fourier nello spazio di Hilbert L 2 ([−L/2, L/2], dx)
6.3.2 Convergenza uniforme della serie di Fourier e derivazione sotto il simbolo di serie
6.3.3 Serie di Fourier in seni e coseni
6.4 Il problema su R × [−L/2, L/2] con condizioni al bordo periodiche.
6.4.1 Teorema di unicità
6.4.2 Esistenza delle soluzioni per dati iniziali sufficientemente regolari
6.4.3 Velocità di fase, frequenza, lunghezza d'onda
6.5 Il problema su R × [0, L] con condizioni al bordo di annullamento (e di Dirichlet)
6.5.1 Teorema di unicità
6.5.2 Esistenza delle soluzioni per dati iniziali sufficientemente regolari *(Teorema 6.10 enunciato e idea della dimostrazione come fatto a lezione.)*

7 Introduzione ai metodi dell'analisi spettrale e qualche applicazione all'acustica musicale.
7.1 Generalizzazione della procedura di soluzione con la serie di Fourier su domini più generali
7.1.1 Autofunzioni del laplaciano con condizioni di Dirichlet e serie di Fourier generalizzata
7.1.3 Soluzione dell'equazione di D'Alembert con condizioni di Dirichlet tramite l'analisi spettrale: un caso semplificato
7.1.4 Membrana rettangolare e membrana circolare

7.1.5 Fenomeni di smorzamento e risonanza in risuonatori forzati (proposizione 7.5 solo enunciato e traccia della dimostrazione partendo dall'identità (7.34) da sapere ma non provare.)

7.3 Un po' di fisica matematica del suono e della musica
7.3.1 Strumenti musicali a corda *(Solo quanto detto a lezione.)*
7.3.2 Il suono prodotto dagli strumenti musicali a corde
7.3.3 Le note musicali pure e note con timbro
7.3.4 Scale e temperamenti *(Solo accenni, riferirsi a quanto detto a lezione.)*
7.3.5 Possiamo udire la forma di un tamburo?